

修士論文

グローバルイルミネーション技術と一様でない複雑な  
反射特性を用いた拡張現実感における仮想物体の写実  
性の向上

園田 智之

2011年 3月 17日

奈良先端科学技術大学院大学  
情報科学研究科 情報システム学専攻

本論文は奈良先端科学技術大学院大学情報科学研究科に  
修士(工学) 授与の要件として提出した修士論文である。

園田 智之

審査委員：

横矢 直和 教授 (主指導教員)

加藤 博一 教授 (副指導教員)

山澤 一誠 准教授 (副指導教員)

# グローバルイルミネーション技術と一様でない複雑な 反射特性を用いた拡張現実感における仮想物体の写実 性の向上\*

園田 智之

## 内容梗概

近年，拡張現実感 (AR) の分野において，提示する仮想物体の写実性向上に対する要求が高まっている．仮想物体の色や陰影を現実のシーンに一致させることは光学的整合性と呼ばれ，これまで様々な研究が行われてきた．中でもコンピュータグラフィクス (CG) 分野において写実性の高いレンダリングを可能にするグローバルイルミネーション (GI) 技術を AR において利用するアプローチは間接光による柔らかな影などを実現でき，いくつかの優れた結果を残している．また，現実中存在する多くの物体はその表面において一様でない複雑な反射特性を持っていることが知られている．そのような反射特性を AR において提示する仮想物体に持たせることで，仮想物体の写実性を向上させることができると考えられる．本研究では，GI 技術のひとつである PRT (Pre-computed Radiance Transfer) と，物体の表面において一様でない複雑な反射特性を表現することができる SVBRDF (Spatially Varying Bidirectional Reflectance Distribution Function) を利用することで，仮想物体の写実性の向上を行う．実験では，複雑な反射特性を持つ仮想物体に対して現実の環境光の影響を与えた AR 画像合成の結果を示す．

## キーワード

拡張現実感, 光学的整合性, グローバルイルミネーション, PRT, SVBRDF

\* 奈良先端科学技術大学院大学 情報科学研究科 情報システム学専攻 修士論文, NAIST-IS-MT0951072, 2011年3月17日.

# Photo-realistic Rendering of Virtual Objects in Augmented Reality Using Global Illumination Technique and Spatially Varying BRDF\*

Tomoyuki Sonoda

## Abstract

To improve photographic reality in augmented reality (AR), photometric registration is very important. In computer graphics (CG), global illumination (GI) techniques realize rich photographic reality. It is useful to apply GI to AR for photographic reality, i.e. soft shadow effect. Moreover, virtual objects should have spatially varying complex reflectance properties because real objects have such properties. This thesis describes a method for improving photographic reality of virtual objects in AR using precomputed radiance transfer (PRT) as a GI technique and spatially varying bidirectional reflectance distribution function (SVBRDF). The experiment shows the results of applying the real light environment to the virtual objects, which have SVBRDF, and shows the validity of the proposed method.

## Keywords:

Augmented Reality, Photometric Registration, Global Illumination, PRT, SVBRDF

---

\* Master's Thesis, Department of Information Systems, Graduate School of Information Science, Nara Institute of Science and Technology, NAIST-IS-MT0951072, March 17, 2011.

# 目次

1. はじめに	1
2. 拡張現実感における仮想物体の写実性の向上に関する従来研究と本研究の位置付け	4
2.1 拡張現実感における光学的整合性に関する従来研究	4
2.1.1 グローバルイルミネーションに関する従来研究	4
2.1.2 拡張現実感にグローバルイルミネーションを応用して光学的整合性問題の解決を行った従来研究	7
2.2 物体の反射特性の表現に関する従来研究	9
2.3 本研究の位置付けと方針	14
3. PRT と SVBRDF を用いて仮想物体の写実性を向上させた拡張現実感	19
3.1 提案手法の概要	19
3.2 仮想物体のライティング	20
3.2.1 PRT の概要	20
3.2.2 SSDF による遮蔽情報の表現	21
3.2.3 SG による SVBRDF を含む反射特性の表現	22
3.2.4 SG による環境光の表現	23
3.2.5 レンダリング方程式	24
3.3 AR 画像合成処理	25
4. 実験	27
4.1 プロトタイプシステム	29
4.2 一様な反射特性を持つ仮想物体の AR 画像合成の結果	30
4.3 一様でない反射特性を持つ仮想物体の AR 画像合成の結果	31
4.4 実験の測定結果	31
4.5 考察	32
5. むすび	40

謝辞	41
参考文献	42
付録	47
A. レンダリング方程式の詳細	47
A.1 SG 同士の外積 . . . . .	47
A.2 SG と SSDF の内積 . . . . .	47
A.3 SG と SSDF の外積 . . . . .	48
A.4 反射特性の表現 . . . . .	48

## 目 次

1	ローカルイルミネーションによる光学的整合性の解決例 [13]	2
2	ラジオシティ法による表現 [26]	5
3	フォトンマップ法による表現 [26]	6
4	PRT に用いる情報 [28]	7
5	PRT 法による表現 [22]	8
6	Pessoa らの手法 [29]	10
7	Knecht らの手法 [30]	11
8	Franke らの手法 [31]	12
9	ある点における光の入射方向と出射方向	13
10	Blinn-Phong モデル [39]	15
11	Cook-Torrance モデル [39]	15
12	Ward モデル [39]	16
13	Ashikhmin-Shirley モデル [39]	16
14	Lafortune モデル [39]	17
15	SVBRDF による表現の例 [40]	17
16	処理とデータの流れ	19
17	遮蔽関数 $V_x$ と SSDF $V_x^d$ [25]	21
18	SG のイメージ [25]	22
19	各座標系と座標変換	26
20	実験機器	28
21	プロトタイプシステムの概要 (事前処理時の構成)	29
22	プロトタイプシステムの概要 (動的処理時の構成)	30
23	SVBRDF テクスチャの例	31
24	実験における処理の流れ	32
25	魚眼カメラから取得した環境光	33
26	3D モデル	34
27	一様な反射特性を持つ仮想物体の AR 画像合成後の画像	35
28	一様でない反射特性を持つ仮想物体の AR 画像合成後の画像 1	36

29	一様でない反射特性を持つ仮想物体の AR 画像合成後の画像 2 . . .	37
30	一様でない反射特性を持つ仮想物体の AR 画像合成後の画像 3 . . .	38
31	一様でない反射特性を持つ仮想物体の AR 画像合成後の画像 4 . . .	39

## 表 目 次

1	レンダリング技術の比較 . . . . .	5
2	ラック型PCの仕様 . . . . .	27
3	魚眼カメラの仕様 . . . . .	27
4	ユーザカメラの仕様 . . . . .	29

## 1. はじめに

現実環境に対して仮想環境を付加する技術を拡張現実感 (Augmented Reality:AR) と呼ぶ [1] . 広義には, 人間が現実を認識するために必要な現実の構成要素すべてが付加の対象となるが, 多くの場合, AR は情報量の多い視覚に関する要素を付加の対象とする. このような AR は, ナビゲーション [2] や医療 [3, 4, 5] などの情報提示の分野や, インテリアデザイン [6, 7] やエンタテインメント [8] などの高い写実性を要求される分野へ応用が期待されている .

AR において, 現実環境と仮想物体が違和感なく合成されるためには, 以下の三つの整合性問題を解決することが重要であるとされている .

- 幾何学的整合性問題 : 現実環境と仮想環境の間の位置・姿勢に関する問題
- 光学的整合性問題 : 現実環境と仮想環境の間の照明による影・陰影や写り込みに関する問題
- 時間的整合性問題 : 現実環境と仮想環境の間の時間の同期に関する問題

幾何学的整合性とは, 仮想環境の三次元的な位置・姿勢を実環境と一致させることで位置ずれなく合成することである . 光学的整合性とは, 実環境の照明条件と仮想環境の照明条件を一致させることであり, これによって影・陰影や写り込みが再現された写実的な AR 画像合成を実現することができる . 時間的整合性とは, 時間経過によるユーザの視点位置や照明条件の変化などに対して仮想物体の位置や姿勢, 陰影の変化などが時間遅れなく反映されることである .

AR においては幾何学的整合性問題の解決が必要である . そのためにはユーザあるいはカメラの位置・姿勢を推定する必要があり, カメラによって撮影された映像中のマーカや自然特徴点を利用する手法 [9, 10] や, ジャイロ, GPS などの位置・姿勢測定のためのセンサを用いる手法 [11, 12] などが提案されている . これに加え, 写実的な AR を実現するためには光学的整合性問題の解決が必要となる . 現実の照明環境の影響を考慮した影や陰影を表現するためには実環境の光源情報を取得する必要があり, そのための手法がいくつか研究されている . 神原らの手法 [13] は取得した環境光を元に点光源を仮定してローカルイルミネーション

(LI) を行うことで光学的整合性問題を解決するものである。このようなライティングを行った場合，図 1 に示す合成画像中の仮想物体の影と実物体である湯呑みの影を見比べてみるとわかるように，実環境中で見られる柔らかな影などを表現することができない。より写実的な仮想物体を描画するためには，より適切なライティング手法を採用する必要があることがわかる。また，光学的整合性問題を解決することで影や陰影については写実的な表現が可能となるが，AR においては重畳される仮想物体の質感（反射特性）も違和感の原因となると考えられる。例えば，現実存在する実物体の表面反射特性は傷や汚れなどの影響を受けるため，一様であることはほとんどない。そのため，AR の写実性を向上させるために一様でない表面反射特性を再現することは有用であると考えられる。



(a) 入力画像



(b) AR 画像合成後の画像

図 1 ローカルイルミネーションによる光学的整合性の解決例 [13]

本研究では現実の環境光を考慮したライティングの手法としてコンピュータグラフィクス (CG) 分野におけるグローバルイルミネーション (GI) 技術のひとつである PRT (Pre-computed Radiance Transfer) を，物体の表面において一様でない複雑な反射特性を表現するために SVBRDF (Spatially Varying Bidirectional Reflectance Distribution Function) を利用し，AR における仮想物体の写実性の向上を目的とする。

以降，2 章で AR における仮想物体の写実性の向上に関する従来研究を概観し，未解決の問題点と，考えられる解決手法について述べる。また，解決手法の関連研究をまとめ，本研究の位置づけと方針を述べる。3 章では，AR における仮想

物体の写実性を向上させる具体的な手法を提案する．4章では，提案手法によって実現された AR 画像合成の結果を示す．最後に，5章でまとめと今後の展望を述べる．

## 2. 拡張現実感における仮想物体の写実性の向上に関する従来研究と本研究の位置付け

ARにおいて仮想物体の写実性を向上させるためには、光学的整合性を満たし、かつ現実中存在する物体に近い反射特性を持つ仮想物体を再現することが有用である。本章では、まずARにおける光学的整合性に関する従来研究について述べる。次に物体の反射特性の表現に関する従来研究を概観し、最後に本研究の位置づけと研究方針を示す。

### 2.1 拡張現実感における光学的整合性に関する従来研究

1章で述べたように、光学的整合性問題を解決する研究においては、適切なライティング技術を選択する必要がある。以下、2.1.1項では高い写実性を実現するライティング技術であるGIについて、2.1.2項ではGIをARに適用して光学的整合性の解決を行った従来研究について述べる。

#### 2.1.1 グローバルイルミネーションに関する従来研究

GIとは、3DCG分野において高い写実性を実現するための技術群のことであり、これを利用することで直接光によるライティング(LI)だけでは表現することができない間接光によるライティングや、複数の光源が存在する環境などで観察される柔らかな影(ソフトシャドウ)など、より写実的な効果を表現することができる。このことから、GIは仮想物体と現実環境の間の光学的な違和感の低減を求める光学的整合性問題と相性が良いと言える。代表的なGI技術の例としてラジオシティ法(RS)[14, 15, 16]、レイトレーシング法(RT)[17, 18, 19, 20, 21]、PRT法[22, 23, 24, 25]などがある。これらの特徴をまとめたものを表1に示す。

ラジオシティ法は伝熱工学の理論を元に光をエネルギーとして考え、シーンを構成する物体を微小面積要素へと分割し、要素間でエネルギーの伝達を行うことで光輸送の計算を行う手法である。ラジオシティ法を利用することで間接光による相互反射を考慮したライティングとして、図2のようにソフトシャドウ、カ

表 1 レンダリング技術の比較

	LI	RS [14, 15]	RS [16]	RT	PRT [22]	PRT [23, 24, 25]
実時間レンダリング		×		×		
ハードシャドウ					×	
ソフトシャドウ	×					
鏡面反射		×	×			
カラーブリーディング	×	×	×			×
環境光の動的変化		×		×	×	×

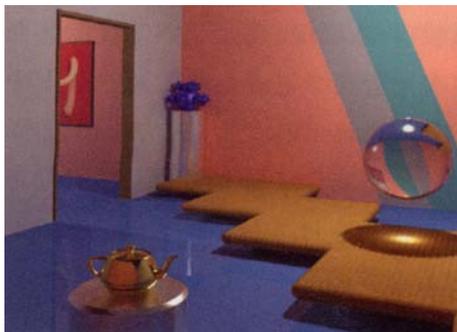
ラーブリーディング（反射面の色が隣接する面の色に影響すること）などを実現することができる。また，一般的にGIは計算コストが非常に大きいためリアルタイムレンダリングなどの処理に向かないが，ラジオシティ法の一部手法 [16] はリアルタイムレンダリングが可能である。しかし，ラジオシティ法はシーンを構成する物体を完全拡散面と仮定して計算するため，鏡面反射を表現できない，シーンを構成する物体の形状を変化させることができないなどの問題点がある。



図 2 ラジオシティ法による表現 [26]

レイトレーシング法は視点位置からシーン中に多数の光線を発し，その軌道を追跡することで光の挙動をシミュレートする手法である。物理的な光の挙動のシ

ミュレーションに近いため、相互反射、影、屈折などを実現した写実的なレンダリング結果を生成することができる。また、この手法では被写界深度やモーショブラーのようなカメラ効果表現することも可能である。また、レイトレーシング法の拡張技術としてフォトンマップ法 [20] があり、図 3(b) のような集光現象などを含む表現が可能になっている。しかしながらこのような手法では、利用する光線の数やシーンの複雑さ、求める品質などによって計算量が指数関数的に増えるという問題点がある。計算量に関する問題を解決するための研究はパストレーシング [21] などを始めとして多く存在するが、十分な品質の画像のリアルタイムレンダリングを実現するには至っていない。



(a) 集光現象および写り込みの表示



(b) 集光現象の表示

図 3 フォトンマップ法による表現 [26]

PRT 法は放射輝度の伝搬をあらかじめシミュレーションしておき、その結果を球面調和関数などの基底関数で表現することで、環境光によるライティング (Image Based Lighting: IBL[27]) やオブジェクトの遮蔽による陰影など高い写実性を持つシーンのリアルタイムレンダリングを実現する手法である。簡単な PRT 法の概念を図 4 に、レンダリングの例を図 5 に示す。PRT 法は、ある環境中に配置された三次元モデルについて、モデルを構成するすべての頂点について図 4(b) のような遮蔽情報をあらかじめ求め、その情報を元に図 4(a) のような環境光によるライティングを行う手法である。提案された当初はソフトシャドウを実現する低周波ライティングに限定されていたが、近年提案されている PRT 法の多く [23, 24, 25] はそれに加えて強い光により生じるくっきりとした影 (ハードシャド

ウ)を含む全周波の陰影などを表現することが可能である。しかし、環境光を基底関数による表現に変換する処理および遮蔽による陰影処理には計算コストがかかるため、環境光の動的な変化やオブジェクトの形状の変化に対応できないなどの問題がある。このように GI 技術には写実的な表現を可能にする様々な利点の他、いくらかの制約が存在する。

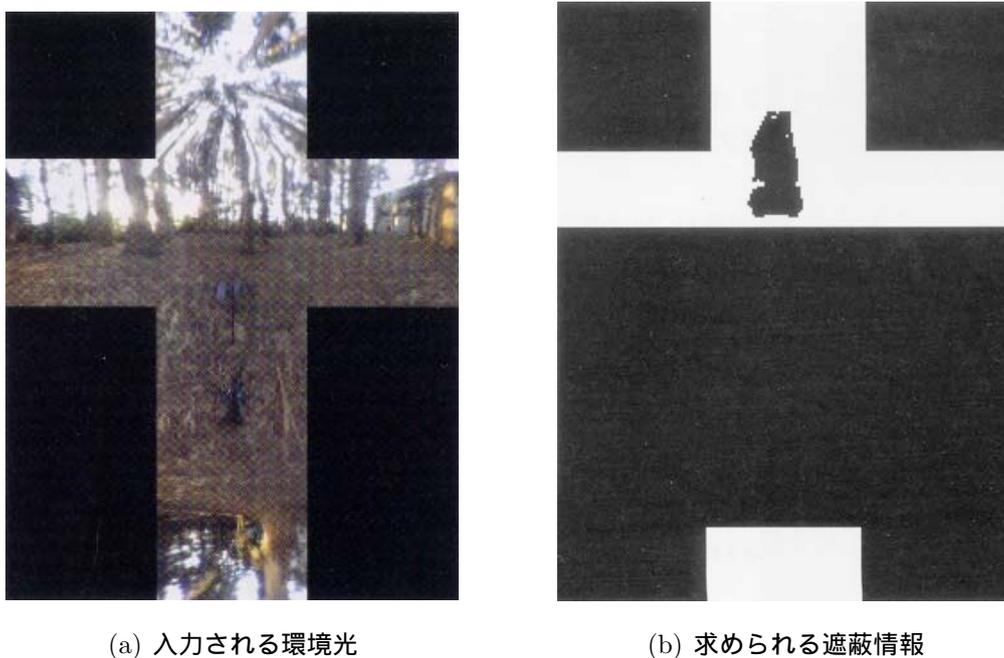


図 4 PRT に用いる情報 [28]

### 2.1.2 拡張現実感にグローバルイルミネーションを応用して光学的整合性問題の解決を行った従来研究

本項では、AR にグローバルイルミネーションを応用して光学的整合性問題の解決を行った従来研究について述べる。

Pessoa らの手法 [29] は、ライティングに IBL を利用している (図 6)。この手法では、相互反射によるカラーブリーディングを限定的に表現できるほか、透明な物体や異方性の表面反射特性を持つ物体を表現することが可能である。しかし、



(a) 拡散面の表示



(b) 鏡面の表示

図 5 PRT 法による表現 [22]

この手法で実装されている IBL は環境光の中から輝度値の高い場所に点光源が存在すると仮定してライティングを行っているため、ソフトシャドウが表現できない。また、相互反射によるカラーブリーディングは実物体から仮想物体への影響だけしか表現することができない。光源の取得に関しても、事前に仮想物体を表示させる場所にライトプローブを設置し HDRI 環境マップを生成するため、環境光の動的な変化に対応することができないなどの問題点がある。

Knecht らの手法 [30] は、ライティングにインスタントラジオシティ法 [16] を利用している (図 7)。この手法では相互反射によるカラーブリーディングを実物体と仮想物体間で相互に実現しているほか、全周波の陰影の表現も可能である。また、環境光の変化への実時間対応も実現している。しかし、表現できる仮想物体の質感が拡散面に限られるなどの問題点がある。

Franke らの手法 [31] は、ライティングに PRT を利用している (図 9)。この手法ではソフトシャドウを表現することができ、環境光の変化への実時間対応も限定的に実現している。しかし、表現できる陰影が低周波のもののみであり実環境への影響を考慮しておらず、また光源の種類が固定されていること、光沢のある材質への写り込みなどが表現できないなどの問題点がある。

これらは AR と GI を組み合わせた研究であるが、上記のようにそれぞれ利点と欠点が存在する。

## 2.2 物体の反射特性の表現に関する従来研究

物体の反射特性を表現するための手法として様々なモデルが提案されてきた。その中でも双方向反射率分布関数 (Bi-directional Reflectance Distribution Function: BRDF) は物体の表面反射特性を表すモデルとして広く利用されている。BRDF は照明方向からの入射光の強さ (放射照度) に対する観測方向への反射光の強さ (放射輝度) の比として定義される 4 次元の関数である。以下に BRDF の式を示す。

$$f_r(\omega_i, \omega_o) = \frac{dL_r(\omega_o)}{dE_i(\omega_i)} \quad (1)$$

$\omega_i$  は光の入射方向、 $\omega_o$  は光の出射方向、 $L_r$  は放射輝度、 $E_i$  は放射照度である。



図 6 Pessoa らの手法 [29]



図 7 Knecht らの手法 [30]



図 8 Franke らの手法 [31]

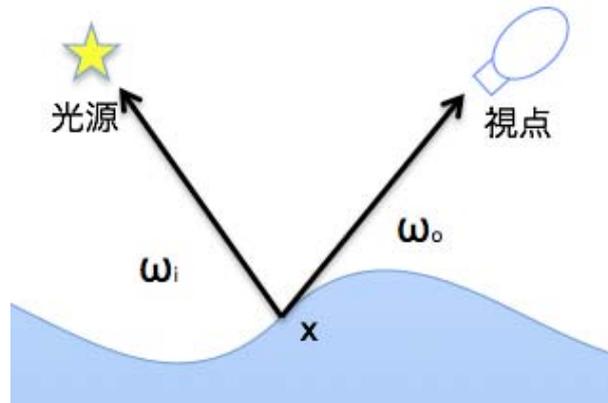


図 9 ある点における光の入射方向と出射方向

本項では BRDF モデルの代表的なものについて述べる。

- Lambert モデル [32]
  - 入射光が物体表面層の内部で乱反射することで生じる拡散反射を表現するためのモデル
  - 現実に存在する物体のなかで拡散反射のみを持つものは少ないため、他のモデルと組み合わせて使うことが一般的
- Phong モデル [33]
  - 経験的に良い結果が得られるとされているモデル
  - その成立に物理的な根拠などを持たない
- Blinn-Phong モデル [34] (図 10)
  - Phong モデルを拡張した、経験的に良い結果が得られるとされているモデル
  - その成立に物理的な根拠などを持たない
- Cook-Torrance モデル [35] (図 11)

- 物理モデルを元にしたモデル
- Phong に比べて正確な鏡面反射の再現を行うことができる
- Ward モデル [36] (図 12) , Ashikhmin-Shirley モデル [37] (図 13)
  - 異方性反射を表現することができるモデル
  - サテンなど, 見る方向によって異なる反射特性を持つ材質を表現できる
- Lafortune モデル [38] (図 14)
  - 測定された現実に存在する物体の表面反射特性を再現することができるモデル
  - 測定されたデータをモデルに適用させる必要があるが, 表現の幅が広い

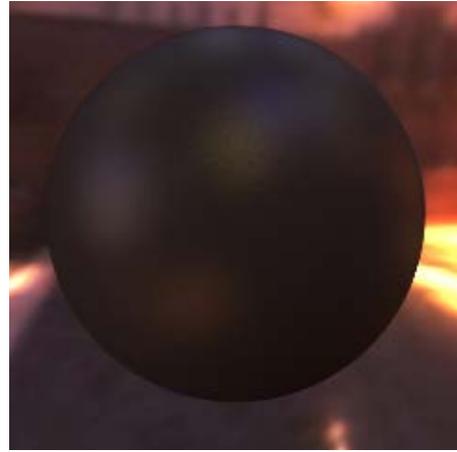
前述のように BRDF は 4 次元の関数であるが, 物体表面上の各点について異なる反射率を考慮したモデルとして  $f_r(x, \omega_i, \omega_o)$  のように表される 6 次元の SVBRDF がある. ここで,  $x$  は物体表面上の点を表す. SVBRDF による表現の例を図 15 に示す. 図 15 を見るとわかるように, SVBRDF は BRDF の反射特性をテクスチャマッピングのように各点で変化させたものである. 現実に存在する物体の多くはその表面において一様な反射特性を持つ訳ではない. 例えば, 埃や傷によって表面反射特性は変化する. そのようなものを表現するためには SVBRDF を採用する必要がある.

## 2.3 本研究の位置付けと方針

AR における光学的整合性問題を解決するために GI が有効であることを述べた. GI には様々な種類があり, それぞれに利点と欠点が存在する. それは AR への応用についても考えることができる. 例えば, レイトレーシング法の基本的なアルゴリズムは視点位置からシーン中に光線を発してその光を追跡するというものであるため, ユーザの視点が絶えず変化する AR などとは相性が悪い. ラジオシティ法はリアルタイムレンダリングが可能な技術であり AR への親和性も高い



(a) Blinn-Phong(acrylic-blue)

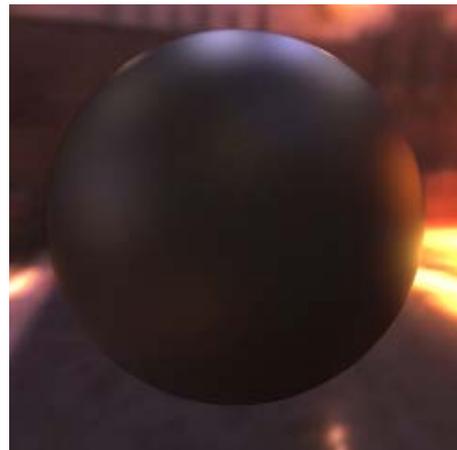


(b) Blinn-Phong(black-oxidized-steel)

図 10 Blinn-Phong モデル [39]

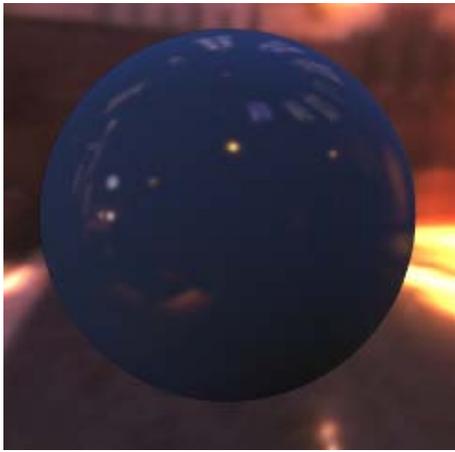


(a) Cook-Torrance(acrylic-blue)

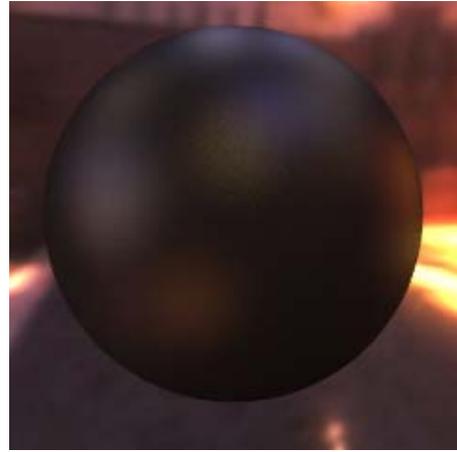


(b)  
Cook-Torrance(black-oxidized-steel)

図 11 Cook-Torrance モデル [39]



(a) Ward(acrylic-blue)

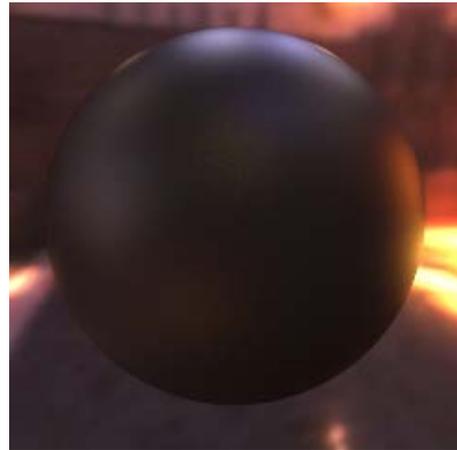


(b) Ward(black-oxidized-steel)

図 12 Ward モデル [39]



(a) Ashikhmin-Shirley(acrylic-blue)

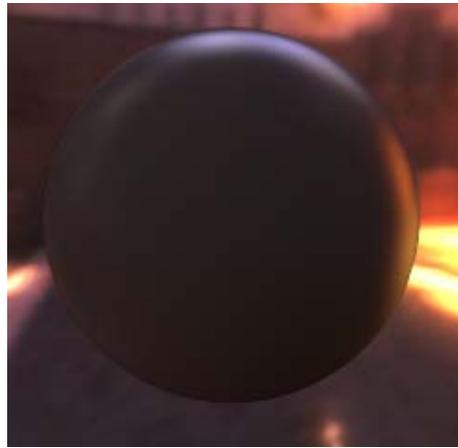


(b) Ashikhmin-Shirley(black-oxidized-steel)

図 13 Ashikhmin-Shirley モデル [39]



(a) Lafortune(acrylic-blue)



(b) Lafortune(black-oxidized-steel)

図 14 Lafortune モデル [39]



(a)



(b)

図 15 SVBRDF による表現の例 [40]

が、表現できる反射特性が完全拡散反射のみであり仮想物体の表現に大きな制約が存在する．PRT は事前演算に時間がかかるものの、リアルタイムレンダリングが可能であり、かつ仮想物体の表現に対する制約が少ない．本研究では、GI を利用して AR における光学的整合性を解決し、さらに物体の複雑な反射特性を再現することで仮想物体の写実性の向上を行う．そのために本手法ではリアルタイムレンダリングが可能であり、仮想物体の表現に大きな制約がない PRT を採用する．また複数ある PRT の中でも SVBRDF を表現することができる Wang らの PRT[25] を採用する．

### 3. PRT とSVBRDF を用いて仮想物体の写実性を向上させた拡張現実感

#### 3.1 提案手法の概要

本研究では，ユーザの視点位置に設置したカメラ（以下，ユーザカメラ）から取得された画像中のマーカを利用して仮想物体を重畳表示するビデオシースルー型の AR システムを想定する．また，実環境中の環境光を取得するために円周魚眼レンズを装着したカメラ（以下，魚眼カメラ）を用いる．提案手法では，処理を事前に行うものと動的に行うものの二つに大別している．提案手法の処理とデータの流れを図 16 に示す．

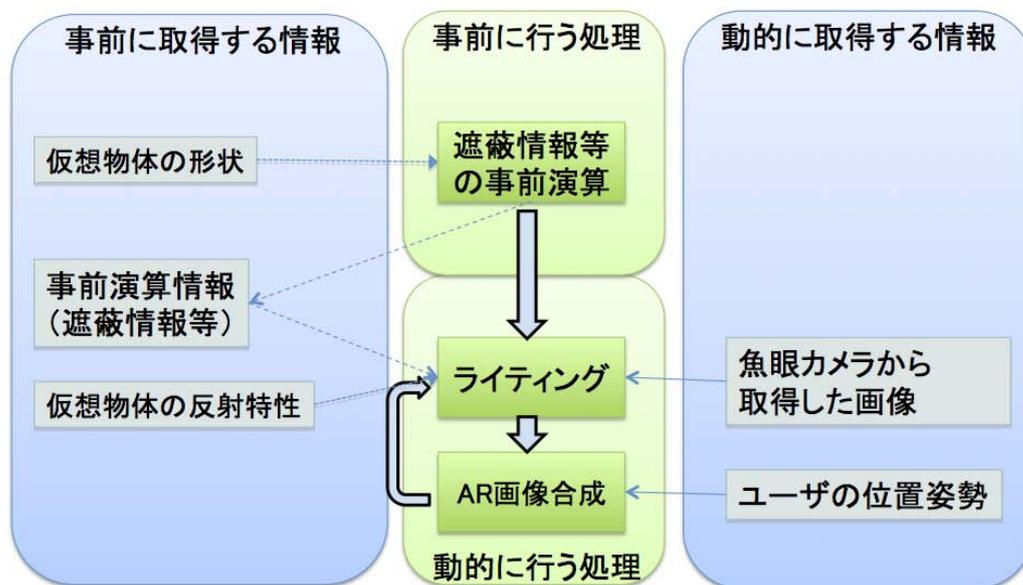


図 16 処理とデータの流れ

- 事前に行う処理
  - － 仮想物体の形状を考慮した遮蔽情報の計算
- 動的に行う処理
  - － 魚眼カメラからの環境光取得およびライティング
  - － ユーザカメラ中のマーカ形状を利用した AR 画像合成

以下 3.2 節では環境光を利用した仮想物体のライティングについて述べる。ライティングでは、仮想物体の形状を考慮した遮蔽情報の計算結果と、魚眼カメラから取得した環境光を利用する、3.3 節では AR 画像合成処理について述べる。

## 3.2 仮想物体のライティング

### 3.2.1 PRT の概要

本手法では Wang らの PRT[25] を利用し、仮想物体のライティングを行う。PRT ではシーンは頂点群とそれらの頂点を結ぶことによって作られる多角形を含むメッシュによって構成される。PRT は、シーンを構成するすべての頂点についてその法線を天頂とする半球上に光線を飛ばし、それが自分を含むシーン中のオブジェクトのいずれかによって遮蔽されるか否かの遮蔽情報を基底関数で表現する。Wang らの手法では全周波の陰影を表現することができる Spherical Signed Distance Function(SSDF) を遮蔽情報を表現する基底関数として用いる。また、周囲の環境光も基底関数で表現する。Wang らの手法では Spherical Gaussian(SG) を環境光を表現する基底関数として用いる。Wang らの手法ではこれらに加えて、SVBRDF による反射特性の表現を CG に対し適用することが可能であり、任意の反射特性は SG によって表現される。次節以降で Wang らの手法におけるそれぞれの表現について説明する。

### 3.2.2 SSDF による遮蔽情報の表現

仮想物体の陰影を考慮するために、遮蔽関数  $V_x(\mathbf{i})$  を考える。これは、各頂点  $x$  における関数で、方向  $\mathbf{i}$  に光線を飛ばしたときにそれがシーンを構成するオブジェクトによって遮蔽された場合 0、遮蔽されなかった場合 1 を返す関数である。これを利用して、SSDF は以下のように定義される。

$$V_x^d(\mathbf{i}) = \begin{cases} + \min_{V_x(\mathbf{t})=0} \text{Arccos}(\mathbf{t} \cdot \mathbf{i}), & \text{if } V_x(\mathbf{i}) = 1; \\ - \min_{V_x(\mathbf{t})=1} \text{Arccos}(\mathbf{t} \cdot \mathbf{i}), & \text{if } V_x(\mathbf{i}) = 0; \end{cases} \quad (2)$$

$V_x(\mathbf{i})$  はその値によって遮蔽されている領域と遮蔽されていない領域とに分けられる。 $\mathbf{t}$  は領域の境界の中で  $\mathbf{i}$  に最も近いものを示すベクトルである。図 17 に、遮蔽関数  $V_x(\mathbf{i})$  とそれによって求められる SSDF を示す。

すべての頂点は二次元画像に投影された SSDF を持つが、そのままの形では情報量が膨大なものになるという問題点が存在する。その問題点を解決するため、SSDF を PCA により圧縮し、各頂点はその係数だけを持つようにする。PCA 圧縮の次元数は最大 48 程度で良いとされる。

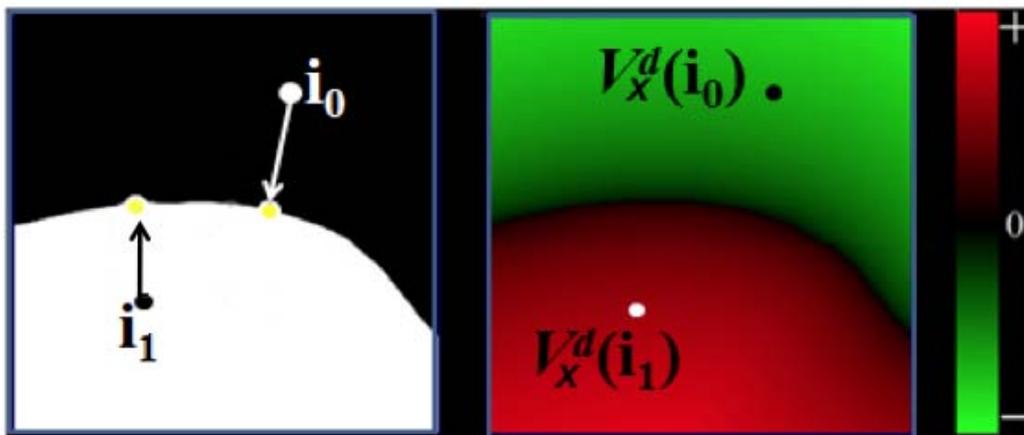


図 17 遮蔽関数  $V_x$  と SSDF  $V_x^d$  [25]

### 3.2.3 SG による SVBRDF を含む反射特性の表現

SG  $G(\mathbf{v})$  は以下のように定義される Spherical Radial Basis Function の一種である。

$$G(\mathbf{v}; \mathbf{p}, \lambda, \mu) = \mu e^{\lambda(\mathbf{v} \cdot \mathbf{p} - 1)} \quad (3)$$

$\mathbf{p} \in S^2$  は SG の軸方向のベクトルを,  $\lambda \in (0, +\infty)$  は SG の取り得る値の範囲の鋭さを,  $\mu \in R$  は SG の取り得る値の大きさを,  $\mathbf{v} \in S^2$  は SG の出力方向のベクトルを表す。この関数により, ある方向に対する球面上の強度を表現することができる。SG のイメージを図 18 に示す。図中左のグラフは二次元の Gaussian を示し, これを球面に拡張したものが右のグラフである。

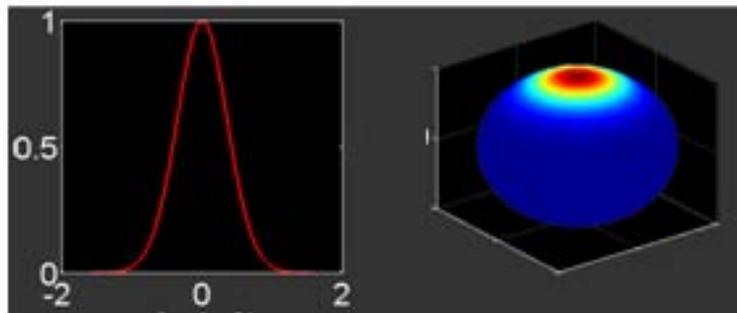


図 18 SG のイメージ [25]

一方, ある入力方向からある出力方向にどの程度の値を返すかを定める反射特性  $\rho_o(\mathbf{i})$  は一般に以下の式で表される。

$$\rho_o(\mathbf{i}) = \rho(\mathbf{o}, \mathbf{i}) = k_d + k_s \rho_s(\mathbf{o}, \mathbf{i}) \quad (4)$$

$\mathbf{i}$  は光の入射方向ベクトル,  $\mathbf{o}$  は光の出射方向 (視点方向) ベクトル,  $k_d$  は拡散反射係数,  $k_s$  は鏡面反射係数である。各三面の表現は光の出射方向を問わず一定であるため, 反射特性を考える際には鏡面の表現  $\rho_s$  を考慮することが重要である。 $\rho_s$  は Torrance らの Microfacet theory[41] を利用することで次のように書くことができる。

$$\rho_s(\mathbf{o}, \mathbf{i}) = M_o(\mathbf{i})D(\mathbf{h}) \quad \mathbf{h} = \frac{\mathbf{o} + \mathbf{i}}{\|\mathbf{o} + \mathbf{i}\|} \quad (5)$$

例として，Microfacet theory を利用した Cook-Torrance モデルは以下の式で表される．

$$\rho_s(\mathbf{o}, \mathbf{i}) = \frac{F_{CT}(\mathbf{o}, \mathbf{i})S_{CT}(\mathbf{o}, \mathbf{i})}{\pi(\mathbf{n} \cdot \mathbf{i})(\mathbf{n} \cdot \mathbf{o})} e^{-(\theta/m)^2} \quad (6)$$

$$M_o(\mathbf{i}) = \frac{F_{CT}(\mathbf{o}, \mathbf{i})S_{CT}(\mathbf{o}, \mathbf{i})}{\pi(\mathbf{n} \cdot \mathbf{i})(\mathbf{n} \cdot \mathbf{o})}, \quad D(\mathbf{h}) = e^{-(\arccos(\mathbf{h} \cdot \mathbf{n})/m)^2} \quad (7)$$

$\mathbf{n}$  は法線ベクトル， $F_{CT}$  はフレネル項， $S_{CT}$  は陰影項， $m$  は面の荒さを表すパラメタである．そして，このように Microfacet theory によって表現されたモデルは SG を利用することで以下のように表現することができる．

$$M_o(\mathbf{i})D(\mathbf{h}) = e^{-(\arccos(\mathbf{h} \cdot \mathbf{n})/m)^2} \approx M_o(\mathbf{i})G(\mathbf{h}; \mathbf{n}, 2/m^2, 1) \quad (8)$$

上記の Cook-Torrance モデルのように，SG あるいは SG の積和（以下 SG mixture）によって表現することができる反射モデルとしては以下のようなものがある．

- 等方性のパラメトリックモデル
  - Cook-Torrance モデル [35]
  - Blinn-Phong モデル [34]
- 異方性のパラメトリックモデル
  - Ward モデル [36]
  - Ashikhmin-Shirley モデル [37]
- 測定 BRDF モデル
  - Lafortune モデル [38]

### 3.2.4 SG による環境光の表現

環境光を PRT で扱うことができる表現にするためには，環境光をそれぞれ拡散面用と鏡面用とに分けて考える必要がある．まず拡散面用の環境光表現  $L^*(\mathbf{i})$

について述べる．これは複数の SG mixture によって表現することができ，拡散面を表現するためには SG の数は 10 以下で良いとされている．非線形最適化法のひとつである L-BFGS-B[42] を用いることで，SG mixture を構成するそれぞれのパラメタを求めることができる．次に鏡面用の環境光表現について述べる．これは，環境光そのものを表現するのではなく，後述のレンダリング方程式の一部を解いた結果から，適切な輝度値を参照するために任意の SG を環境光との畳み込みを計算するものである．任意の SG と環境光  $L(\mathbf{i})$  との内積は以下のように定義される．

$$G(\mathbf{v}; \mathbf{p}, \lambda, \mu) \cdot L(\mathbf{i}) = \mu \int_{S^2} G(\mathbf{v}; \mathbf{p}, \lambda, 1) L(\mathbf{i}) d\mathbf{i} \quad (9)$$

$$= \mu \Gamma_L(\mathbf{p}, \lambda) \quad (10)$$

### 3.2.5 レンダリング方程式

前説までに述べた情報をもとに，以下のレンダリング方程式を解くことで，写実的なライティング結果を得ることができる．

$$R(\mathbf{o}) = k_d R_d + k_s R_s(\mathbf{o}) \quad (11)$$

$R(\mathbf{o})$  は最終的に得られる輝度値である．拡散項  $R_d$  と鏡面項  $R_s(\mathbf{o})$  は以下のように表される．

$$R_d = \int_{S^2} L(\mathbf{i}) V(\mathbf{i}) \max(0, \mathbf{i} \cdot \mathbf{n}) d\mathbf{i} \quad (12)$$

$$R_d \approx (G(\mathbf{i}; \mathbf{n}_x, 2.133, 1.170) \otimes L^*(\mathbf{i})) \cdot V_x^d(\mathbf{i}) \quad (13)$$

$$R_s(\mathbf{o}) = \int_{S^2} L(\mathbf{i}) \rho_s(\mathbf{o}, \mathbf{i}) V(\mathbf{i}) \max(0, \mathbf{i} \cdot \mathbf{n}) d\mathbf{i} \quad (14)$$

$$R_s(\mathbf{o}) \approx (G(\mathbf{i}; \mathbf{n}_x, 2.133, 1.170) \otimes \rho_{s,x}^*(\mathbf{i}; \mathbf{o}) \otimes V_x^d(\mathbf{i})) \cdot L(\mathbf{i}) \quad (15)$$

$\mathbf{n}_x$  は物体の表面位置によって定まる法線ベクトル， $\rho_{s,x}^*(\mathbf{i}; \mathbf{o})$  は物体の表面位置によって定まる反射特性である．レンダリング方程式の詳細については付録 A に示す．

### 3.3 AR 画像合成処理

本研究では，ユーザカメラからの画像と仮想環境の位置合わせのために，Kato らの手法 [9] (ARToolkit) を用いる．各座標系と座標変換を図 19 に示す．

環境中の正方形マーカを検出し，PnP 問題 (Perspective n-Point problem)[43, 44, 45] を解くことでマーカ座標系からユーザカメラ座標系への変換行列  $M_{cm}$  が取得できる．ローカル座標系からワールド座標系への変換行列  $M_{lw}$  およびワールド座標系からマーカ座標系への変換行列  $M_{wm}$ ，魚眼カメラ座標系からマーカ座標系への変換行列  $M_{fm}$  は任意に与えるものとする．これらの座標変換行列と視線方向へのベクトル  $V_v$ ，ARToolkit の関数から取得した透視投影を行うための行列  $M_p$  をそれぞれ 3D グラフィクスライブラリおよびシェーダで利用することによって適切な仮想物体の重畳表示を行う．また，仮想物体から床へ落ちる影については，仮想物体によって遮蔽されている場合と遮蔽されていない場合の輝度値の比を背景画像と乗算ブレンディングすることで実現している．乗算ブレンディングを考慮した拡散項  $R_d$  と鏡面項  $R_s(o)$  は以下のように表される．

$$R_d^* \approx (G(\mathbf{i}; \mathbf{n}_x, 2.133, 1.170) \otimes L^*(\mathbf{i})) \cdot \frac{V_x^d(\mathbf{i})}{\pi/2} \quad (16)$$

$$R_s^*(o) \approx (G(\mathbf{i}; \mathbf{n}_x, 2.133, 1.170) \otimes \rho_{s,x}^*(\mathbf{i}; o) \otimes \frac{V_x^d(\mathbf{i})}{\pi/2}) \cdot L(\mathbf{i}) \quad (17)$$

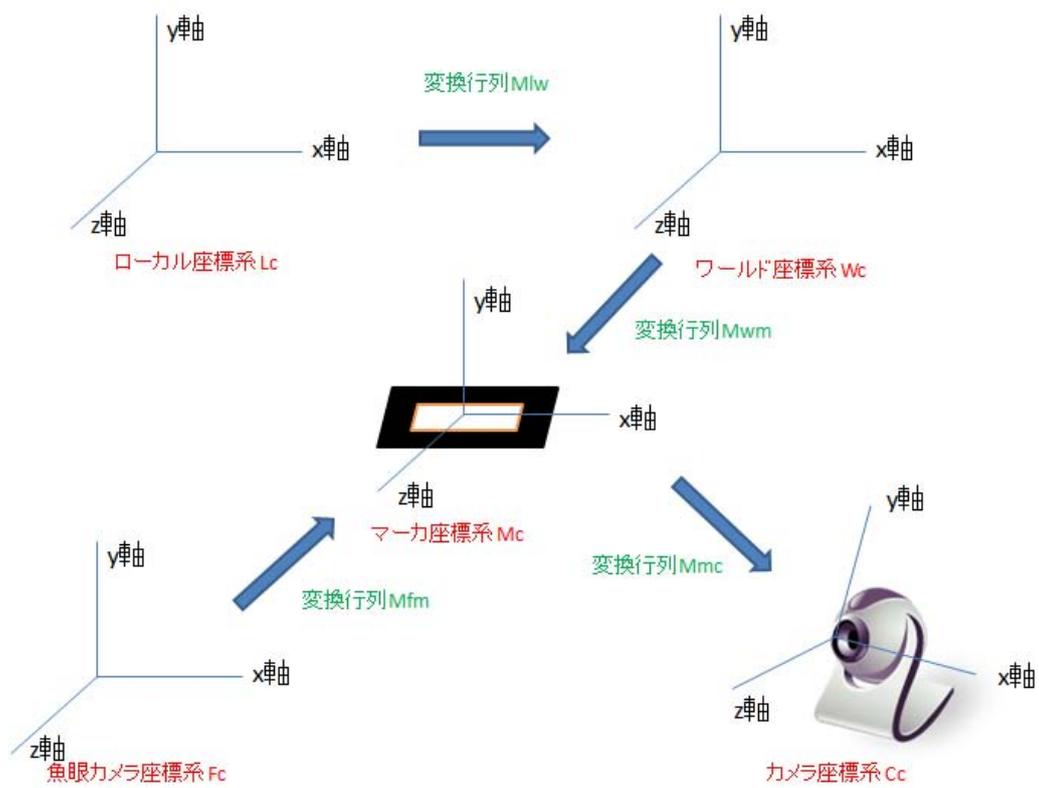


図 19 各座標系と座標変換

## 4. 実験

実験では、魚眼カメラで撮影した全周画像を元に Wang らの PRT でライティングを行った結果を AR 画像合成する。また、遮蔽情報を事前計算するためにかかる時間および環境光を適切な表現に変換するためにかかる時間を測定する。なお、本実験ではラック型 PC、環境光撮影用カメラを用いた。図 20 および表 2, 3, 4 に各機器の詳細を示す。また、グラフィクスライブラリとして OpenGL を、シェーダとして Nvidia Cg を、AR 画像合成処理のために ARToolkit をそれぞれ利用した。

表 2 ラック型 PC の仕様

CPU	Quad-Core AMD Opteron 2.81GHz × 8
メモリ	32.0GB
グラフィクスカード	Quadro FX 5800 × 4
グラフィクスメモリ	4GB

表 3 魚眼カメラの仕様

メーカー	The Imaging Source
製品名	DFx 31BU03
解像度	1024 × 768
フレームレート	30fps
画角	全周 185 度



(a) ラック型 PC



(b) ユーザカメラ



(c) 魚眼カメラ

図 20 実験機器

表 4 ユーザカメラの仕様

メーカー	Logicool
製品名	Qcam Orbit/Sphere AF
解像度	640 × 480
フレームレート	30fps

#### 4.1 プロトタイプシステム

本実験では、仮想物体を表示させる場所から上方へ向けた魚眼カメラから撮影した画像を元にライティングを行った仮想物体を AR 画像合成する。システムの構成を図 21, 22 に示す。



図 21 プロトタイプシステムの概要 (事前処理時の構成)



図 22 プロトタイプシステムの概要（動的処理時の構成）

#### 4.2 一様な反射特性を持つ仮想物体の AR 画像合成の結果

魚眼カメラから取得した画像を図 25 に，仮想物体として用いた 3D モデルを図 26 に，画像を元に 3D モデルにライティングを行い AR 画像合成を行った結果を図 27 に示す．図 26(a) の頂点数は 830，図 26(b) の頂点数は 5734 である．なお，本実験で利用した反射モデルは Blinn-Phong モデルであり，その反射特性は以下の式で表される．

$$M_o(\mathbf{i}) = \frac{n + 2}{2\pi} \quad (18)$$

$$D(\mathbf{h}) = e^{-n(1-(\mathbf{h}\cdot\mathbf{n}))} \quad (19)$$

$n$  は物体表面の反射の鋭さを示すパラメタである．本実験では  $n = 0.5$  とした．

AR 画像合成の結果から，金属質の面に環境光が映り込んでいる様子と，柔らかな陰影が表現できていることがわかる．

### 4.3 一様でない反射特性を持つ仮想物体の AR 画像合成の結果

上記の実験と同様の環境光とモデルを用いて、仮想物体の表面位置において様々な反射特性を持つ仮想物体の AR 画像合成を行った結果を図 28, 29, 30, 31 に示す。反射特性のモデルは上記実験と同様に Blinn-Phong モデルである。図 23 のようなテクスチャを利用し、その輝度値を参照し Blinn-Phong モデルのパラメタ  $n$  に反映させている。AR 画像合成の結果から、仮想物体の表面において反射特性が変化している様子と、環境光の写り込み、柔らかな陰影が表現できていることがわかる。

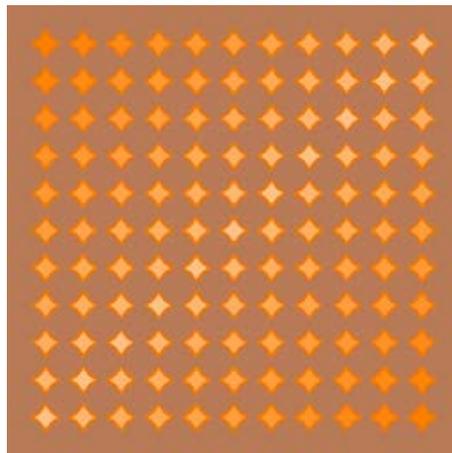


図 23 SVBRDF テクスチャの例

### 4.4 実験の測定結果

処理の流れを簡単に示したものを図 24 に示す。図 26(a) の 3D モデルの遮蔽情報を事前計算するために 2,694 秒，図 26(b) の 3D モデルの遮蔽情報を事前計算するために 20,522 秒，拡散面用環境光の SG 表現に必要な 48 のパラメタを求めるために 27.9 秒，鏡面用環境光表現に必要な畳み込み演算を 7 種類の SG ( $\lambda = 21000, 5250, 1312, 328, 82, 20, 5$ ) と環境光との間で行う処理に 1,931 秒の処

理時間がそれぞれかかった。また，AR 画像合成を行った際のフレームレートはカメラのフレームレートとほぼ同じ 30fps であった。



図 24 実験における処理の流れ

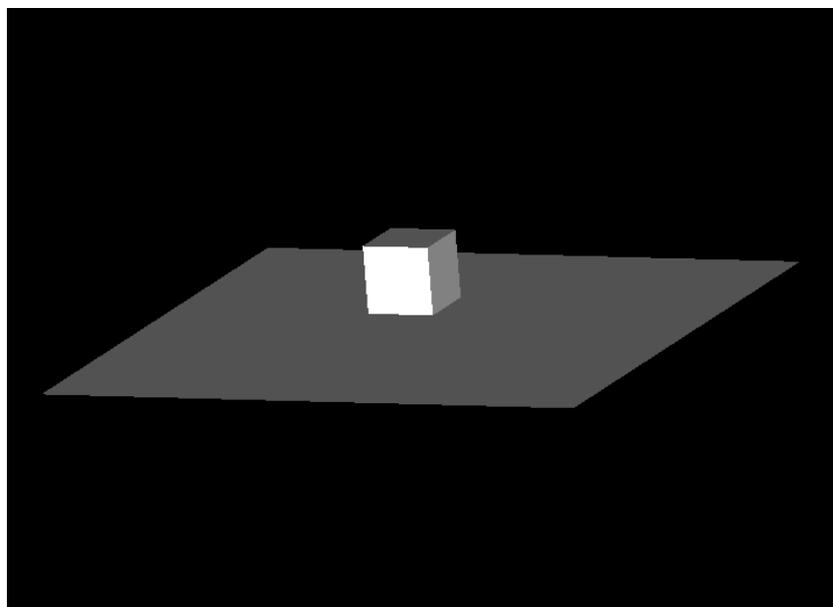
#### 4.5 考察

計算時間について，鏡面用環境光表現のための計算に処理時間の多くが費やされていることから，環境光によるライティング結果の更新には長い処理時間が必要となることがわかる。単純な畳み込み演算であることから，GPU を利用することで高速化が可能であると考えられる。

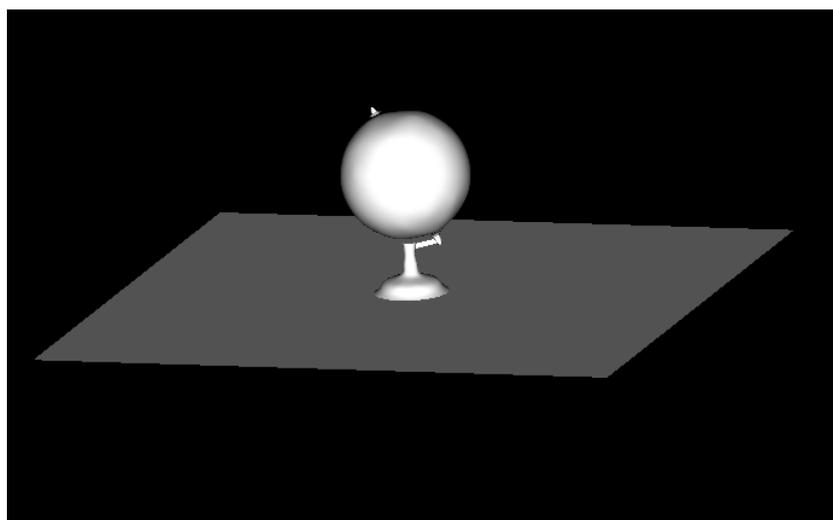
また，AR 画像合成の結果において，仮想物体の表面において反射特性が変化している様子や，環境光の写り込み，柔らかな陰影が表現されている様子が確認できるが，ハードシャドウや仮想物体同士の写り込み，環境光以外の実物体の写り込みは表現できていない。ハードシャドウに関しては，利用した環境光が全体的に光源が分布するようなものであったためくっきりした影が出にくいことが原因であると考えられる。なお，仮想物体同士の写り込み，環境光以外の実物体の写り込みに関しては，本手法では表現できず，今後の課題である。



図 25 魚眼カメラから取得した環境光

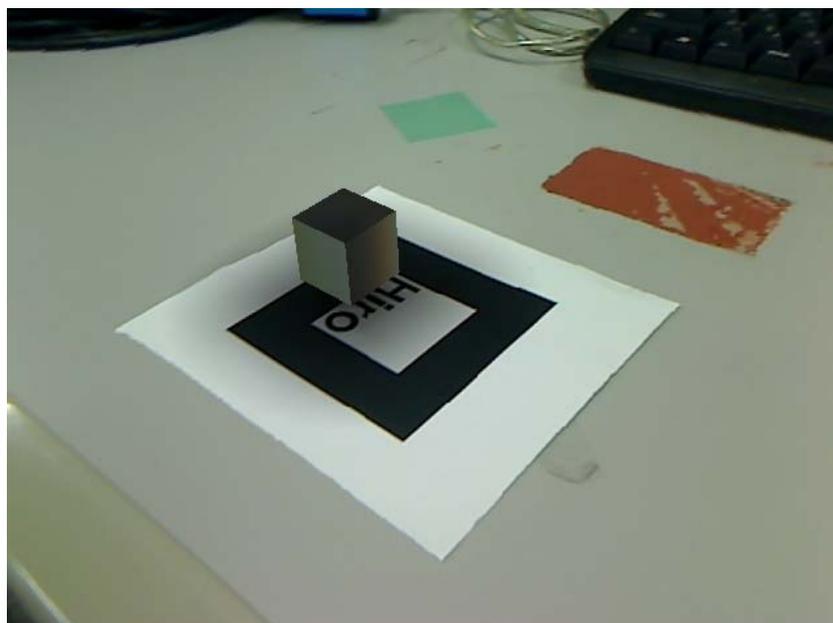


(a)

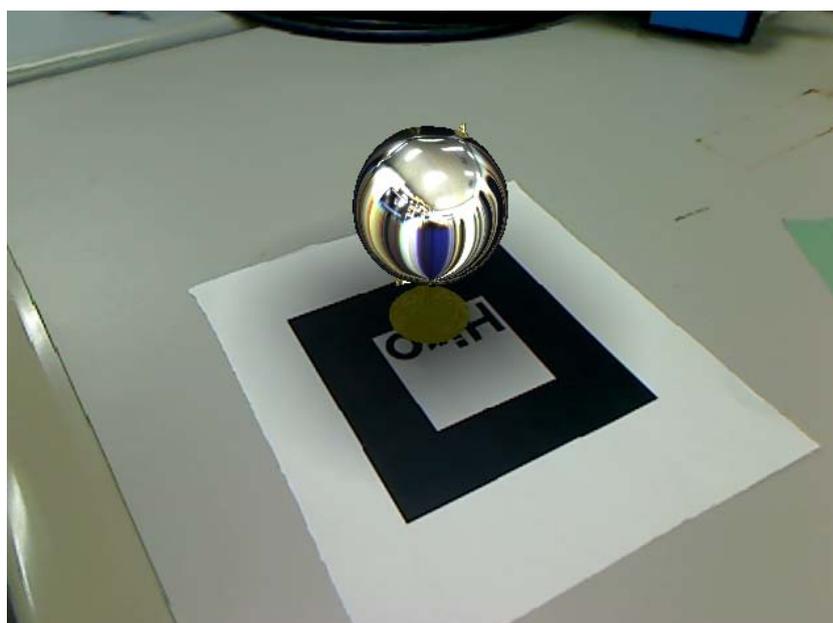


(b)

図 26 3D モデル

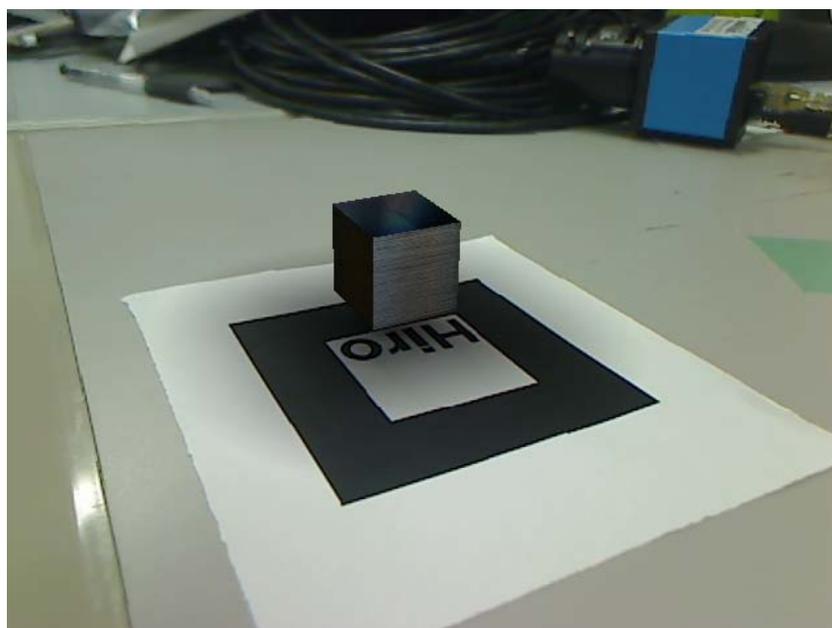


(a)

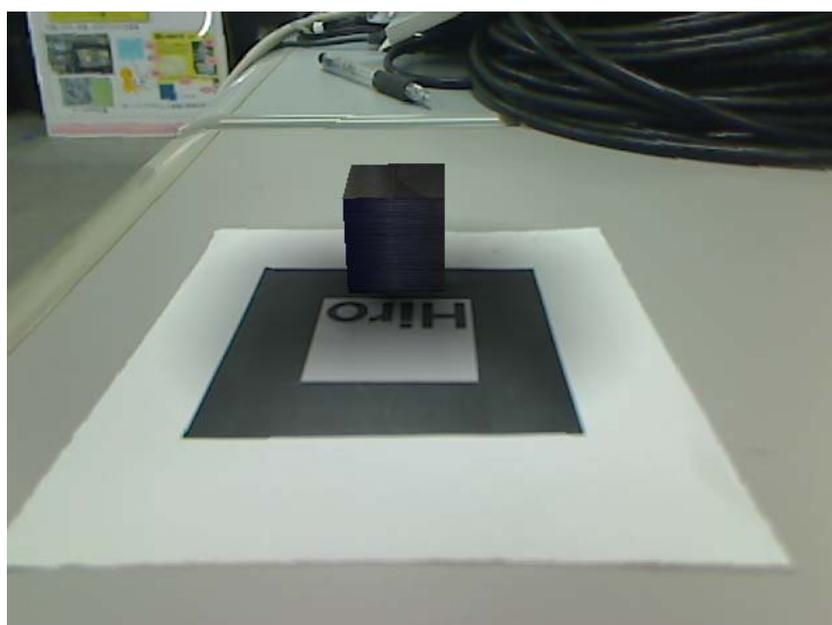


(b)

図 27 一様な反射特性を持つ仮想物体の AR 画像合成後の画像

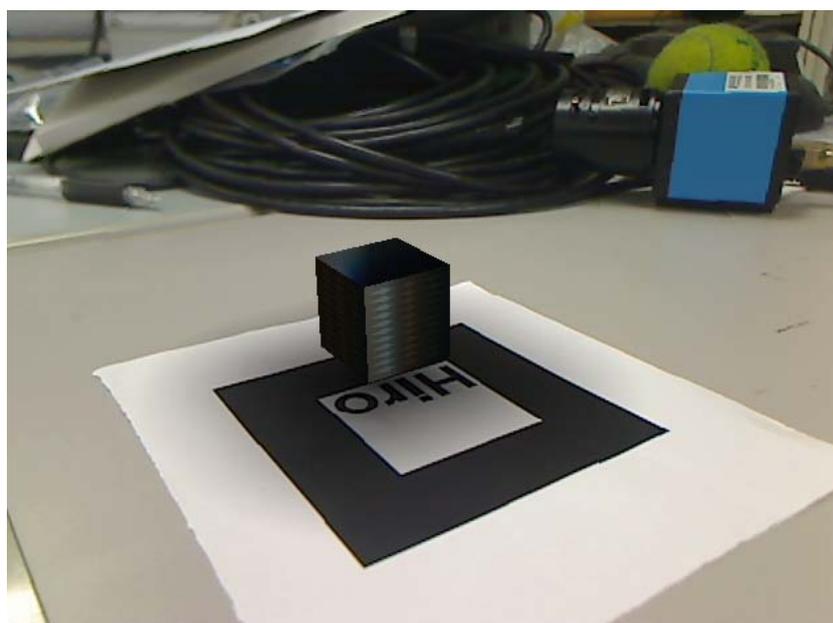


(a)

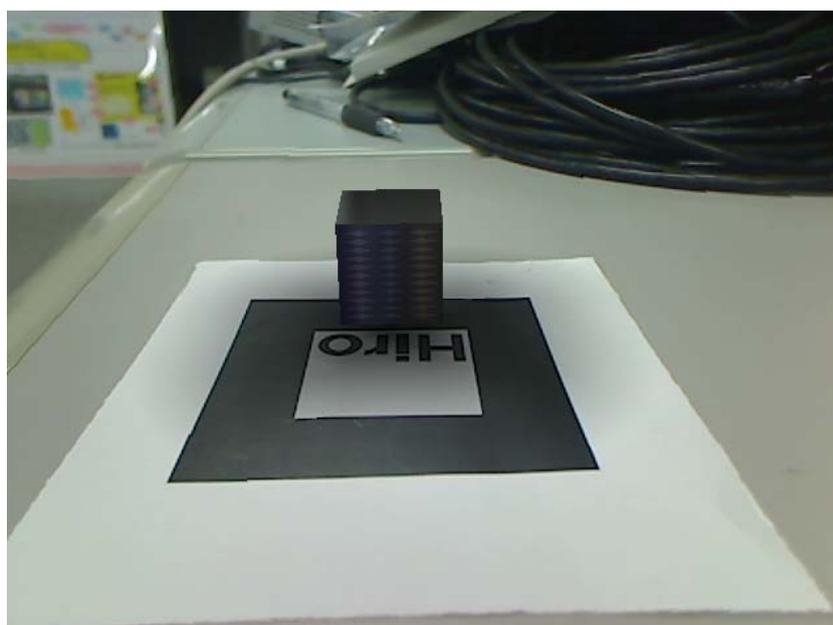


(b)

図 28 一様でない反射特性を持つ仮想物体の AR 画像合成後の画像 1

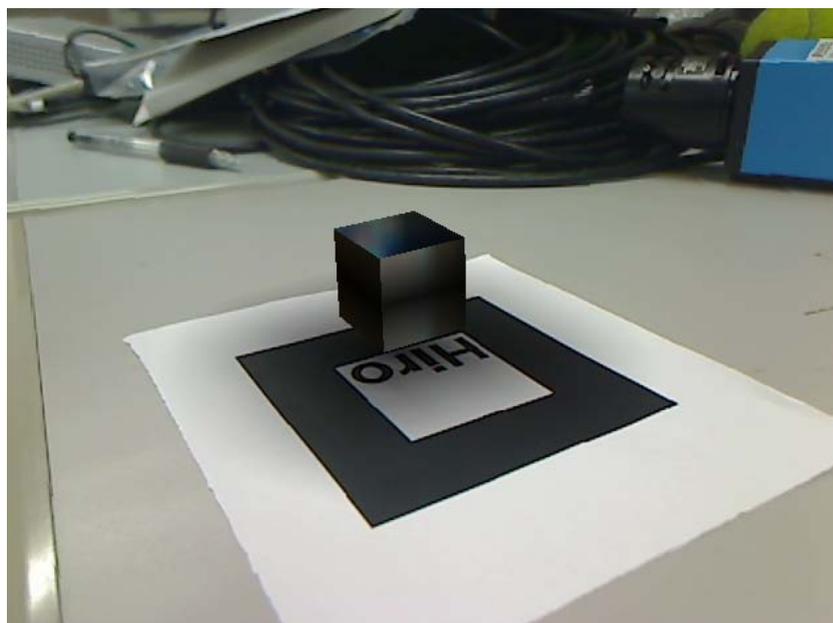


(a)

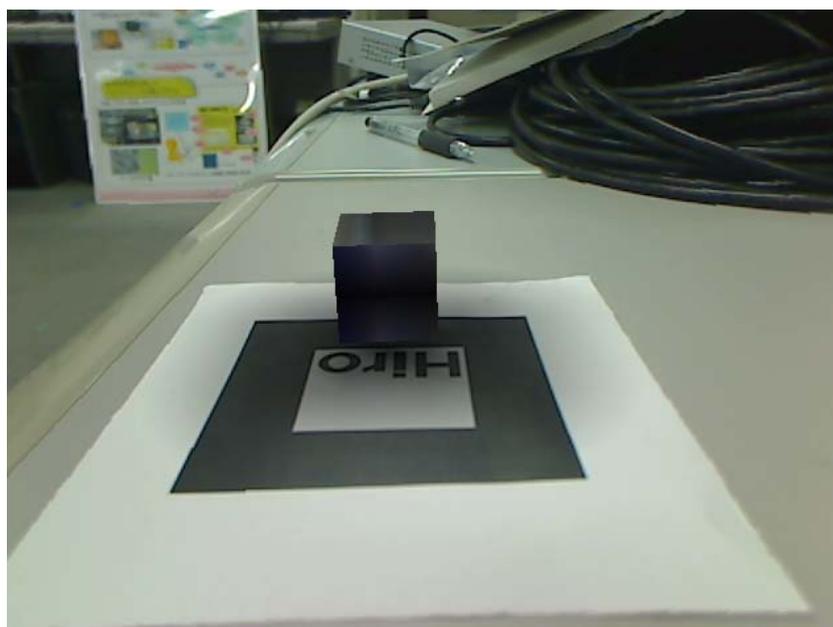


(b)

図 29 一様でない反射特性を持つ仮想物体の AR 画像合成後の画像 2



(a)

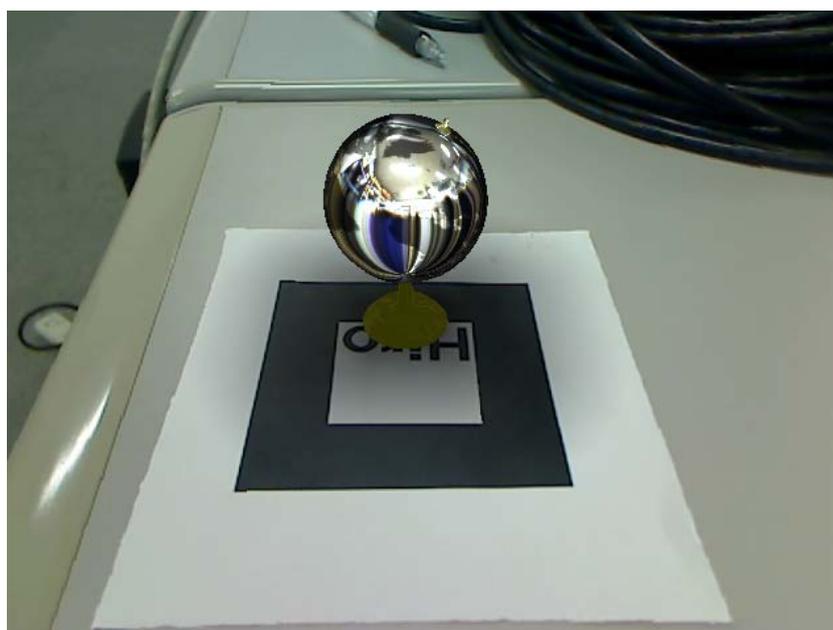


(b)

図 30 一様でない反射特性を持つ仮想物体の AR 画像合成後の画像 3



(a)



(b)

図 31 一様でない反射特性を持つ仮想物体の AR 画像合成後の画像 4

## 5. むすび

本論文では、ARにおける仮想物体の写実性向上のため、実際の環境光による仮想物体への影響と仮想物体自身の反射特性を考慮したAR画像合成の手法を提案した。この手法はARにおける光学的整合性を満たし、仮想物体の表面反射特性について様々な表現を可能にする。実験ではBlinn-PhongモデルのSVBRDFを実現し、柔らかな影などの表現が実時間レンダリング可能であることを確認した。

今後の課題として、環境光の動的計算の高速化が挙げられる。拡散面用の環境光表現については非線形最適化問題を解くことで必要なパラメタを得ることができるため、環境光のうち、輝度値が高い照明部分が物体によって動的に遮蔽されないなどの仮定を置くことで、初回以降に計算を行う際、前回の計算結果を初期値として導入することで計算時間の短縮を図ることができると考えられる。そのような仮定が機能する例として、照明装置が天井に取り付けられる環境でテーブルの上に表示した仮想物体を側面から見ていくようなARを利用したデジタルアーカイブ閲覧システムなどが考えられる。鏡面用の環境光表現については、環境光と $\lambda$ の値が異なるSGとの畳み込み演算を複数回行うため、それぞれの計算を並列に行うことで計算時間の短縮が可能である。拡散面用環境光、鏡面用環境光の両方について、計算にGPUを利用することで高速化を図ることが可能である。また、今回の手法では、仮想物体の遮蔽情報を事前に演算しておくため、動的に仮想物体の形状が変化するとレンダリング結果が破綻してしまう。このような仮想物体の形状の変化や、仮想物体同士の写り込み、実物体の仮想物体への写り込みなどが課題として挙げられる。

## 謝辞

本研究の全過程を通して、細やかな御指導、御鞭撻を頂いた視覚情報メディア講座 横矢 直和教授に感謝致します。また本研究の遂行にあたり、有益な御助言、御指導を頂いたインタラクティブメディア設計学講座 加藤博一教授に厚く御礼申し上げます。そして、本研究の全過程を通して終始多大なる御指導をして頂いた視覚情報メディア講座 山澤 一誠准教授に深く感謝致します。また、研究室での生活を支えていただいた視覚情報メディア講座事務補佐員 中村 美奈 女史に深く感謝致します。最後に、研究活動だけでなく日々の生活においても大変お世話になった視覚情報メディア講座の諸氏に心より感謝致します。

## 参考文献

- [1] P. Milgram and F. Kishino. A taxonomy of mixed reality visual display. *IEICE Transactions on Information and System*, pp. 1321–1329, 1994.
- [2] 天目, 神原, 横矢. ウェアラブル拡張現実感システムのための注目オブジェクトへの直感的な注釈提示手法. 日本バーチャルリアリティ学会論文誌, Vol. 10, No. 3, pp. 305–312, 2005.
- [3] M. Bajura, H. Fuchs, and R. Ohbuchi. Merging virtual objects with the real world: Seeing ultrasound imagery within the patient. *Proc. of SIGGRAPH '92*, pp. 203–210, 1992.
- [4] A. State, M. A. Livingston, W. F. Garrett, G. Hirot, M. C. Whitton, E. D. Pisano, and H. Fuchs. Technologies for augmented reality systems: Realizing ultrasound-guided needle biopsies. *Proc. of SIGGRAPH '96*, pp. 439–446, 1996.
- [5] 廖, 中島, 岩原, 小林, 佐久間, 矢作, 土肥. Integral videography を用いた手術支援リアルタイム三次元ナビゲーションシステムの開発. 日本コンピュータ外科学会誌, Vol. 2, No. 4, pp. 245–252, 2000.
- [6] T. Korpipaa, K. Minami, T. Kuroda, Y. Manabe, and K. Chihara. Shared virtual reality interior design system. *Proc. International Conference on Artificial Reality and Tele-existence*, pp. 124–131, 2000.
- [7] 石川, 安室, 南, 井村, 眞鍋, 千原. 実環境光源下における仮想物体のレイアウトシミュレーション. 電子情報通信学会技術研究報告, PRMU, パターン認識・メディア理解 102(555), pp. 13–18, 2003.
- [8] Inou, Wada, Kitamura, Nishino, Ichikari, Tenmoku, Ohshima, and Tamura. Kaidan: Japanese horror experience in interactive mixed reality. In *ACM SIGGRAPH ASIA 2009 Art Gallery & Emerging Technologies: Adaptation*, pp. 75–75, 2009.

- [9] H. Kato, M. Billinghurst, I. Poupyrev, I. Imamoto, and K. Tachibana. Virtual object manipulation on a table-top ar environment. *Proc. of IEEE/ACM International Symposium on Augmented Reality*, pp. 111–119, 2000.
- [10] G. Klein and D. Murray. Parallel tracking and mapping for small ar workspaces. *Proc. of IEEE/ACM International Symposium on Mixed and Augmented Reality*, pp. 225–234, 2007.
- [11] 藤井, 神原, 岩佐, 竹村, 横矢. 拡張現実のためのジャイロセンサを併用したステレオカメラによる位置合わせ. 電子情報通信学会技術研究報告. PRMU, パターン認識・メディア理解 99(574), pp. 1–8, 1999.
- [12] 神原, 横矢. Rtk-gps と慣性航法装置を併用したハイブリッドセンサによる屋外型拡張現実感. 電子情報通信学会技術研究報告. PRMU, パターン認識・メディア理解 104(572), pp. 37–42, 2004.
- [13] 神原, 横矢. 光源環境の実時間推定による光学的整合性を考慮したビジョンベース拡張現実感. 電子情報通信学会技術研究報告. PRMU, パターン認識・メディア理解 102(555), pp. 7–12, 2003.
- [14] Goral, Torrance, Greenberg, and Battaile. Modeling the interaction of light between diffuse surfaces. *SIGGRAPH Comput. Graph.*, Vol. 18, pp. 213–222, 1984.
- [15] Nishita and Nakamae. Continuous tone representation of three-dimensional objects taking account of shadows and interreflection. *SIGGRAPH Comput. Graph.*, Vol. 19, pp. 23–30, 1985.
- [16] Keller. Instant radiosity. In *Proc. of the 24th annual conference on Computer graphics and interactive techniques*, pp. 49–56, 1997.
- [17] Appel. Some techniques for shading machine renderings of solids. In *Proc. of spring joint computer conference*, pp. 37–45, 1968.

- [18] Whitted. An improved illumination model for shaded display. *Communications of the ACM*, Vol. 23, pp. 343–349, 1980.
- [19] Cook. Shade trees. *SIGGRAPH Comput. Graph.*, Vol. 18, pp. 223–231, 1984.
- [20] Jensen and Christensen. 1 photon maps in bidirectional monte carlo ray tracing of complex objects. 1994.
- [21] Kajiya. The rendering equation. *SIGGRAPH Comput. Graph.*, Vol. 20, pp. 143–150, 1986.
- [22] Peter-Pike Sloan, Jan Kautz, and John Snyder. Precomputed radiance transfer for real-time rendering in dynamic, low-frequency lighting environments. *ACM Transaction on Graphics*, Vol. 21, pp. 527–536, 2002.
- [23] Yu-Ting Tsai and Zen-Chung Shih. All-frequency precomputed radiance transfer using spherical radial basis functions and clustered tensor approximation. *ACM Transaction on Graphics*, Vol. 25, pp. 967–976, 2006.
- [24] Kun Xu, Yun-Tao Jia, Hongbo Fu, Shimin Hu, and Chiew-Lan Tai. Spherical piecewise constant basis functions for all-frequency precomputed radiance transfer. *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, Vol. 14, pp. 454–467, 2008.
- [25] Jiaping Wang, Peiran Ren, Minmin Gong, John Snyder, and Baining Guo. All-frequency rendering of dynamic, spatially-varying reflectance. *ACM Transaction on Graphics*, Vol. 28, pp. 133:1–133:10, 2009.
- [26] 伊藤, 大口之, 奥富, 小沢, 加藤, 金田, 後藤, 近藤, 斉藤, 清水, 乃万, 藤代, 宮田, 村岡. コンピュータグラフィックス. 財団法人 画像情報教育振興協会, 2004.
- [27] Debevec. Rendering synthetic objects into real scenes: bridging traditional and image-based graphics with global illumination and high dynamic range

- photography. In *Proc. of the 25th annual conference on Computer graphics and interactive techniques*, pp. 189–198, 1998.
- [28] 西川. ゲーム制作者になるための3Dグラフィックス技術. 株式会社インプレスジャパン, 2009.
- [29] S. Pessoa, G. Moura, J. Lima, V. Teichrieb, and J. Kelner. Photorealistic rendering for augmented reality: A global illumination and brdf solution. In *Proc. of Virtual Reality Conference (VR), 2010 IEEE*, pp. 3–10, 2010.
- [30] Knecht, Traxler, Mattausch, Purgathofer, and Wimmer. Differential instant radiosity for mixed reality. In *Proc. of the 2010 9th IEEE International Symposium on Mixed and Augmented Reality*, pp. 99–107, 2010.
- [31] Tobias and Yvonne. Precomputed radiance transfer for x3d based mixed reality applications. In *Proc. of the 13th international symposium on 3D web technology*, pp. 7–10, 2008.
- [32] Foley, Dam, Feiner, and Hughes. *Computer Graphics: Principles and Practice - second edition*. Addison-Wesley Professional, 1993.
- [33] Phong. Illumination for computer generated pictures. *Communications of the ACM*, Vol. 18, pp. 311–317, 1975.
- [34] Blinn. Models of light reflection for computer synthesized pictures. *SIGGRAPH Comput. Graph.*, Vol. 11, pp. 192–198, 1977.
- [35] Cook and Torrance. A reflectance model for computer graphics. *ACM Transaction on Graphics*, Vol. 1, pp. 7–24, 1982.
- [36] Ward. Measuring and modeling anisotropic reflection. *SIGGRAPH Comput. Graph.*, Vol. 26, pp. 265–272, 1992.
- [37] Ashikhmin and Shirley. An anisotropic phong brdf model. *Journal of Graphics Tools*, Vol. 5, pp. 25–32, 2000.

- [38] Lafortune, Foo, Torrance, and Greenberg. Non-linear approximation of reflectance functions. In *Proc. of the 24th annual conference on Computer graphics and interactive techniques*, pp. 117–126, 1997.
- [39] Ngan, Durand, and Matusik. Experimental analysis of brdf models. In *Proc. of the Eurographics Symposium on Rendering*, pp. 117–226. Eurographics Association, 2005.
- [40] Lawrence, Ben-Artzi, DeCoro, Matusik, Pfister, Ramamoorthi, and Rusinkiewicz. Inverse shade trees for non-parametric material representation and editing. *Proc. of SIGGRAPH '06*, Vol. 25, No. 3, 2006.
- [41] K. E. Torrance and E. M. Sparrow. Radiometry. In *JOSA*.
- [42] Zhu, Byrd, Lu, and Nocedal. L-bfgs-b - fortran subroutines for large-scale bound constrained optimization. Technical report, ACM Transaction on Math, 1994.
- [43] Horaud, Conio, Leboulleux, and Lacolle. An analytic solution for the perspective 4-point problem. *Computer Vision, Graphics and Image Processing*, Vol. 47, pp. 33–44, 1989.
- [44] Yuan. A general photogrammetric method for determining object position and orientation. *Robotics and Automation, IEEE Transactions on*, Vol. 5, No. 2, pp. 129 –142, 1989.
- [45] Krishnan, Sommer, and Spidalieri. Monocular pose of a rigid body using point landmarks. *CVGIP: Image Underst.*, Vol. 55, pp. 307–316, 1991.

## 付録

### A. レンダリング方程式の詳細

レンダリング方程式は以下のように表される .

$$R(\mathbf{o}) = k_d R_d + k_s R_s(\mathbf{o}) \quad (20)$$

$$R_d = (G(\mathbf{i}; \mathbf{n}_x, 2.133, 1.170) \otimes L^*(\mathbf{i})) \cdot V_x^d(\mathbf{i}) \quad (21)$$

$$R_s(\mathbf{o}) = (G(\mathbf{i}; \mathbf{n}_x, 2.133, 1.170) \otimes \rho_{s,x}^*(\mathbf{i}; \mathbf{o}) \otimes V_x^d(\mathbf{i})) \cdot L(\mathbf{i}) \quad (22)$$

$L^*(\mathbf{i})$  および  $\rho_{s,x}^*(\mathbf{i}; \mathbf{o})$  は SG による表現である .

#### A.1 SG 同士の外積

$$(G_1 \otimes G_2)(\mathbf{v}) = G(\mathbf{v}; \frac{\mathbf{p}_m}{\|\mathbf{p}_m\|}, \lambda \|\mathbf{p}_m\|, \mu_1 \mu_2 e^{\lambda_m (\|\mathbf{p}_m\|^{-1})}) \quad (23)$$

$$\mathbf{p}_m = \text{frac} \lambda_1 \mathbf{p}_1 + \lambda_2 \mathbf{p}_2 \lambda_1 + \lambda_2 \quad (24)$$

$$\lambda_m = \lambda_1 + \lambda_2 \quad (25)$$

#### A.2 SG と SSDF の内積

$$G(\mathbf{i}; \mathbf{p}, \lambda, \mu) \cdot V(\mathbf{i}) = \mu f_h(\theta_d, \lambda) \quad (26)$$

$$\theta_d = V^d(\mathbf{p}) \quad (27)$$

$$f_h(\theta_d, \lambda) \approx \left( \frac{1.05}{1 + k_\lambda e^{\theta_d}} + \frac{1 - 1.05}{2} \right) \frac{2\pi}{\lambda} (1 - e^{-\lambda}) \quad (28)$$

$$k_\lambda \approx 0.204\lambda^3 - 0.892\lambda^2 + 2.995\lambda + 0.067 \quad (29)$$

### A.3 SG と SSDF の外積

$$G(\mathbf{i}; \mathbf{p}, \lambda, \mu) \otimes V(\mathbf{i}) \approx G(\mathbf{i}; \mathbf{p}, \lambda, \frac{f_h(\theta_d, \lambda)}{f_h(\frac{\pi}{2}, \lambda)} \mu) \quad (30)$$

$$f_h(\frac{\pi}{2}, \lambda) = \frac{2\pi}{\lambda}(1 - e^\lambda) \quad (31)$$

### A.4 反射特性の表現

反射特性を SG mixture で表現する際、その関数は  $\mathbf{h}$  を引数とする関数として表される。レンダリング方程式ではこれを  $\mathbf{i}$  を引数とする関数の形として表現したいため、以下のような変換を行う必要がある。

$$\rho_s(\mathbf{i}; \mathbf{o}) = M_{\mathbf{o}}(\mathbf{i}) \otimes D^*(\mathbf{h}) \quad (32)$$

$$D^*(\mathbf{h}) = \sum_{i=1}^n G(\mathbf{h}; \mathbf{p}_i^D, \lambda_i^D, \mu_i^D) \quad (33)$$

$D^*(\mathbf{h})$  は SG mixture による反射特性の表現である。この表現は以下のように近似できる。

$$W^*(\mathbf{i}) = \sum_{i=1}^n G(\mathbf{h}; \mathbf{p}_i^W, \lambda_i^W, \mu_i^W) \approx D^*(\mathbf{h}) \quad (34)$$

$$\mathbf{i} = 2(\mathbf{o} \cdot \mathbf{h})\mathbf{h} - \mathbf{o} \quad (35)$$

$$\mathbf{p}_i^W = 2(\mathbf{o} \cdot \mathbf{p}_i^D)\mathbf{p}_i^D - \mathbf{o} \quad (36)$$

$$\lambda_i^W = \frac{\lambda_i^D}{4|\mathbf{p}_i^D \cdot \mathbf{o}|} \quad (37)$$

$$\mu_i^W = \mu_i^D \quad (38)$$

これらを用いてレンダリング方程式で使用できる SG による形にしたものを以下に示す。

$$\rho_s^*(\mathbf{i}; \mathbf{o}) = M_{\mathbf{o}}(\mathbf{i}) \otimes W^*(\mathbf{i}) \approx \sum_{i=1}^n G(\mathbf{i}; \mathbf{p}_i^W, \lambda_i^W, M_{\mathbf{o}}(\mathbf{p}_i^W)\mu_i^W) \quad (39)$$